

$$(I_{a+}^{\alpha} f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x f(\xi)(x-\xi)^{\alpha-1} d\xi, \quad x > a, \quad (1)$$

$$(I_{b-}^{\alpha} f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^b f(\xi)(\xi-x)^{\alpha-1} d\xi, \quad x > b.$$

Здесь и далее $\Gamma(\alpha)$ – стандартное обозначение для интеграла Эйлера второго рода (гамма-функция). Первый из них называется левосторонним, второй – соответственно, правосторонним. Эти конструкции, очевидно, определены для функций из пространства абсолютно интегрируемых на отрезке $[a, b]$, существуя почти всюду [1, 2].

Дробные производные Римана-Лиувилля определяются соотношениями

$$(D_{a+}^{\alpha} f)(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_a^x f(\xi)(x-\xi)^{n-\alpha-1} d\xi, \quad (2)$$

$$(D_{b-}^{\alpha} f)(x) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_x^b f(\xi)(\xi-x)^{n-\alpha-1} d\xi,$$

где $n = [\alpha] + 1$. Представленные конструкции являются аналитическими продолжениями дробных интегралов в область $\alpha < 0$.

Физический смысл дробного дифференцирования и уравнений, содержащих производные нецелого порядка, зависит от конкретной физической системы и задачи на рассмотрение процессов в ней. Однако общим свойством всех систем, описываемых посредством дифференциальных уравнений дробного порядка, является наличие свойства эрeditaryности (наличие памяти).

В модели генезиса конвективных облачных систем, учитывающая фрактальные свойства атмосферы на основе аппарата дробного интегро-дифференцирования горизонтальная компонента вектора градиента давления является одним из базовых параметров, определяющих фрактальные свойства облачных образований, в том числе – и над поверхностью океана. Конвективно-неустойчивый приповерхностный слой моделируется либо как прозрачный смешанный слой, либо как слой, заполненный облачными образованиями. Положения модели для прозрачного смешанного слоя отвечают классической парадигме: импульс и консервативные термодинамические параметры предполагаются либо постоянными, либо слабо зависящими от вертикальной координаты. Таким образом, условия на верхней границе приповерхностного слоя могут быть относительно легко идентифицированы. Соответствующая горизонтальная компонента градиента давления в верхней части приповерхностного слоя может быть получена с использованием гидростатического соотношения. Эта трактовка свободной атмосферы связана с необходимостью учета фрактальных свойств поля распределенной плотности в приповерхностном слое и, в свою очередь, влияние этой характеристики на горизонтальную компоненту градиента давления [1, 2].

Таким образом, учет фрактальной структуры кучевых облаков на модельном уровне (с использованием техники дробного интегро-дифференцирования) позволяет достаточно точно и адекватно описывать генезис облачных структур, и, как следствие – заблаговременно предсказывать опасные явления погоды на мезомасштабном уровне, диагностировать и идентифицировать основные динамические параметры таких структур, а также анализировать их влияние на условия полетов.

Литература

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
2. Учайкин В.В. Метод дробных производных. Ульяновск: Издательство «Артишок», 2008. 512 с.

3. Михайлов В.В., Семенов М.Е., Киринос С.Л. Учет фрактальных свойств при функционировании авиационной системы поддержки принятия метеозависимых решений. Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. № 1, 2015. С. 12-18.

THE FRACTAL MODEL OF CLOUD CONVECTION USING FRACTIONAL INTEGRAL AND DIFFERENTIAL OPERATORS

Kirnosov S.L.¹

¹ – *Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin, Voronezh, Russian Federation, slk_met@mail.ru*

Abstract. The paper discusses the peculiarities of constructing a model of the genesis of convective cloud systems, with regard to fractal properties and the properties of hereditarily atmosphere.

Key words: hereditament, fractional derivative, convective clouds, meteorological conditions, aviation tasks.